


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**УТВЕРЖДЕНО**

решением Ученого совета института (факультета)

от « 21 » 06 20 19 г., протокол № 5/19

Председатель Балиоб Н.А.  
*подпись, расшифровка подписи*

« 21 » 06 20 19 г.  
*утверждается в подразделении реализующем ОПОП ВО*

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Теория вероятностей и математическая статистика
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	3

Направление (специальность) 09.03.02 - "Информационные системы и технологии"  
*код направления (специальности), полное наименование*

Направленность (профиль/специализация) Разработка информационных систем  
*полное наименование*

Форма обучения очная  
*очная, заочная, очно-заочная (указать только те, которые реализуются)*

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 1 » 09 20 19 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Хрусталеv Сергей Александрович	ПМ	Доцент, к.ф.-м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой телекоммуникационных технологий и сетей
<u>Бутов А.А.</u> / <i>Подпись</i> / <i>ФИО</i> «21» июня 2019 г.	<u>Смагин А.А.</u> / <i>Подпись</i> / <i>ФИО</i> «21» июня 2019 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

**Цели освоения дисциплины:** усвоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение методами решения задач теории вероятностей и методами статистической обработки данных, приобретение навыков использования понятийного аппарата и технических приемов при построении учитывающих случайные факторы математических моделей различных закономерностей и процессов, описании динамики различных систем и прогнозировании их развития.

**Задачи освоения дисциплины:** изучение фундаментальных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики; решение различных вероятностных и статистических прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:


Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» (Б1.О.05) относится к дисциплинам Обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по специальности – 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им при изучении предшествующих учебных дисциплин, указанных в Приложении к данной рабочей программе (в фондах оценочных средств – далее ФОС, пункт 1).

Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин (указаны в ФОС, пункт 1), а также для прохождения всех видов практик и государственной итоговой аттестации.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
УК-1 – способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>Знать:</b> основы теории вероятностей и математической статистики. <b>Уметь:</b> применять вероятностные и статистические методы при решении практических задач. <b>Владеть:</b> методами теории вероятностей и математической статистики.
ОПК-1 способность применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> основные понятия и инструментарий теории вероятностей и математической статистики для обработки экспериментальных данных в соответствии с поставленными задачами. <b>Уметь:</b> строить вероятностные модели изучаемых объектов, процессов или явлений на основе экспериментальных данных.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

	<b>Владеть:</b> навыками самостоятельной обработки и анализа больших массивов данных с целью решения практических задач.
ПК-3 – способность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов исследований	<b>Знать:</b> алгоритмы анализа результатов и обоснования полученных выводов при решении задач в соответствующей предметной области. <b>Уметь:</b> осуществлять постановку задач анализа статистических данных, их математическую формализацию, обоснованно выбирать математические и инструментальные средства их решений. <b>Владеть:</b> навыками анализа результатов обработки данных и обоснования полученных выводов.

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 4 зачетные единицы.


4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)	
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам
		5
1	2	3
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	54	54
Аудиторные занятия:		
Лекции	36	36
Семинары и практические занятия	18	18
Лабораторные работы, практикумы	–	–
Самостоятельная работа	54	54
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Контроль	36	36
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	экзамен	экзамен
Всего часов по дисциплине	144	144


4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.


Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивно	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия,	Лабораторные работы,			

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


			семинары	практикумы	и форме		
1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>							
1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


теорема.							
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

(независимость, измеримость, характеристики)							контрольн ая работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
17. Понятие о процессах.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
<i>Раздел 2. Математическая статистика</i>							
1. Понятие выборки.	3	1	0,5			1,5	устный опрос,


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.							проверка решения задач, контрольная работа
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	6	2	1			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Распределения вероятностей, связанные с	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

нормальным: гамма- распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.							задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
9. Параметрически е гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.							
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.	6	2	1			3	устный опрос, проверка решения задач
14. Методы	3	1	0,5			1,5	устный


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза.							опрос, проверка решения задач
15. Метод наименьших квадратов. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
16. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	3	1	0,5			1,5	устный опрос, проверка решения задач
Экзамен	36						36
Итого	144	36	18			54	36

### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.

8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.

9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).

10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.

11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики).

12. Математическое ожидание. Свойства.

13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.

14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.

15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).

16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.

17. Понятие о процессах.

18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.

## Раздел 2. Математическая статистика.

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.

2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.

3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.

4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.

5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.

6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.

7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.

8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.

9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.


10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.

11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.

12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.

13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.

14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

15. Метод наименьших квадратов. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.

16. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.


## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Множества и операции над ними. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Выборки из конечной генеральной совокупности: упорядоченные и неупорядоченные, с возвращениями и без возвращения (семинар).
2. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная теорема (семинар).
3. Измеримые пространства. События. Вероятностная мера, ее свойства. Вероятностные пространства. Аксиоматика Колмогорова (семинар).
4. Условные вероятности. Независимость. Формула Байеса и формула полной вероятности (семинар).
5. Конечное вероятностное пространство с классическим типом вероятности. Вероятностное пространство с геометрическим типом вероятности (семинар).
6. Биномиальная и полиномиальная схемы независимых испытаний (семинар).
7. Классические предельные теоремы: Муавра-Лапласа, Пуассона (семинар).
8. Контрольная работа № 1 (семинар).
9. Случайная величина. Измеримость. Распределение и функция распределения. Дискретные случайные величины. Абсолютная непрерывность (семинар).
10. Плотность распределения. Существование случайных величин с заданным законом распределения. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения случайных величин (семинар).
11. Случайные векторы и их распределения. Совместная функция распределения. Ковариационная матрица (семинар).
12. Независимость. Критерий независимости дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Свертка распределений (семинар).
13. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства (семинар).
14. Основные неравенства: Чебышева, Маркова, Коши-Буняковского. Ковариация и коэффициент корреляции, их свойства (семинар).
15. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства (семинар).
16. Характеристические функции типовых распределений. Производящие функции и их свойства (семинар).
17. Виды сходимости и соотношения между ними. Усиленный закон больших чисел. Центральная предельная теорема (семинар).
18. Невырожденное нормальное многомерное распределение, смысл параметров, характеристическая функция (семинар).
19. Независимость некоррелированных компонент нормально распределенного случайного вектора (семинар).
20. Контрольная работа № 2 (семинар).

### Раздел 2. Математическая статистика.

1. Выборочные характеристики. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты (семинар).
2. Точечные оценки. Несмещенность, состоятельность, эффективность (семинар).
3. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера (семинар).
4. Методы построения оценок. Метод моментов (семинар).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

5. Методы построения оценок. Метод максимального правдоподобия (семинар).
6. Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы (семинар).
7. Интервальные оценки параметров нормального распределения (семинар).
8. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (семинар).
9. Проверка статистических гипотез. Критерии однородности (семинар).
10. Контрольная работа № 3 (семинар).

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

### 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Выполнение курсовых работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.

Примерная тематика контрольных работ представлена ниже.


*Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:*

1. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности.
3. Биномиальная схема независимых испытаний.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Дискретные распределения случайных величин.
6. Абсолютно непрерывные распределения случайных величин.
7. Характеристические функции.
8. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты.
9. Метод моментов, метод максимального правдоподобия.
10. Информация по Фишеру.
11. Интервальное оценивание.
12. Проверка статистических гипотез, ошибки 1 и 2 рода, мощность критерия.

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Элементарная вероятностная модель. Алгебра событий, вероятность (свойства). Схема Бернулли.
2. Условная вероятность. Формула полной вероятности Байеса. Теорема Байеса. Независимость событий.
3. Математическое ожидание в элементарной модели (конструкция и свойства).
4. Свойства дисперсии; ковариация; корреляционная функция (свойства и применение для определения зависимости случайных величин).
5. Независимость событий, случайных величин (попарная, по совокупности). Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.
6. Неравенство Чебышева. Следствия.
7. Закон больших чисел в схеме Бернулли.
8. Локальная предельная теорема в схеме Бернулли.
9. Теорема Муавра-Лапласа (в схеме Бернулли).
10. Теорема Пуассона.
11. Разбиения. Условная вероятность и условное математическое ожидание относительно


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

разбиения (конструкция).

12. Свойства условных математических ожиданий относительно разбиения.
13. Измеримость простых случайных величин. Соответствующие свойства условных математических ожиданий.
14. Поток разбиений, алгебр. Момент остановки. Мартингал (для элементарной модели).
15. Теорема о математическом ожидании остановленного мартингала.
16. Задача о разорении.
17. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.
18. Функции распределения, свойства. Плотность вероятности.
19. Случайные величины, измеримость (в общей модели). Аппроксимация простыми случайными величинами.
20. Математическое ожидание в общем случае (конструкция и свойства).
21. Неравенства Коши-Буняковского, Йенсена.
22. Неравенства Гельдера, Ляпунова, Чебышева.
23. Характеристическая функция (свойства).
24. Общие сведения о дискретных распределениях.
25. Дискретное равномерное распределение.
26. Распределение Бернулли. Биномиальное распределение.
27. Геометрическое распределение.
28. Распределение Пуассона.
29. Гипергеометрическое распределение.
30. Распределение Паскаля.
31. Общие сведения об абсолютно непрерывных распределениях.
32. Непрерывное равномерное распределение.
33. Показательное распределение.
34. Нормальное распределение.
35. Распределение Коши.
36. Функции от абсолютно непрерывных случайных величин.
37. Характеристические функции.

## **Раздел 2. Математическая статистика.**

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики.
2. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
3. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки.
4. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера.
5. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
6. Метод максимального правдоподобия (Пример).
7. Распределение вероятностей, связанные с нормальным:  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера.
8. Лемма Фишера. Следствие.
9. Лемма о распределении Стьюдента, Фишера.
10. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах.
11. Основная теорема интервального оценивания.
12. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
13. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

14. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии.
15. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.
16. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии.
18. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
19. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона.
20. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса.
21. Критерий однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.
22. Критерий Неймана-Пирсона. Лемма Неймана-Пирсона.
23. Регрессия. Основная теорема регрессионного анализа.
24. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.
25. Линейная регрессия. Ошибка прогноза.
26. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ


Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы ( <i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i> )	Объем в часах	Форма контроля ( <i>проверка решения задач, реферата и др.</i> )
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>			
1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные	Проработка учебного материала, решение	1,5	устный опрос,


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.	задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена		проверка решения задач, контрольная работа
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач




Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


Колмогорова.			
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики)	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
17. Понятие о процессах.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1,5	устный опрос, проверка решения задач
<i>Раздел 2. Математическая статистика</i>			
1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Точечные оценки	Проработка учебного материала, решение	1,5	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета		проверка решения задач, контрольная работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.			
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
15. Метод наименьших квадратов. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач
16. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	1,5	устный опрос, проверка решения задач

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ


### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей : учебник для втузов / Е.С. Вентцель. – 11-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2010. – 664 с. – ISBN 978-5-406-00476-0.
2. Ширяев, А.Н. Вероятность : учебное пособие для вузов по спец. «Математика», «Прикладная математика», «Физика» / А.Н. Ширяев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1989. – 640 с. – ISBN 5-02-013955-6.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Издательство Юрайт, 2019. – 479 с. – (Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-534-00211-9. – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431095>

#### дополнительная

1. Вентцель, Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учебное пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 448 с. – ISBN 5-06-004221-9.
2. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие для вузов / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – 2-е изд, испр. и доп. – М. : Наука, 1989. – 320 с. – ISBN 5-02-013949-1.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 404 с. – ISBN 5-06-004212-X.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

### учебно-методическая


1. Бутов, А.А. Теория вероятностей : для направлений бакалавриата ФМиИТ : учеб.-метод. пособие / А.А. Бутов. – Ульяновск : УлГУ, 2014. – 32 с.
2. Бутов, А.А. Лекции по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие / А.А. Бутов. – Ульяновск : УлГУ, 1997. – 62 с.
3. Бутов, А.А. Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие. Ч. 1 / А.А. Бутов, М.С. Гаврилова, Ю.Г. Савинов. – Ульяновск : УлГУ, 2014. – 27 с. – URL: <ftp://10.2.96.134/Text/Butov15.pdf>.
4. Бутов, А.А. Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие. Ч. 2 / А.А. Бутов, М.С. Гаврилова, Ю.Г. Савинов. – Ульяновск : УлГУ, 2016. – 36 с. – URL: [ftp://10.2.5.225/FullText/Text/Butov\\_2016.pdf](ftp://10.2.5.225/FullText/Text/Butov_2016.pdf).
5. Бутов, А.А. Решение задач по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие. Ч. 3 / А.А. Бутов, Ю.Г. Савинов. – Ульяновск : УлГУ, 2018. – 44 с.
6. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов всех направлений и специальностей ФМИАТ / А. А. Бутов, М. С. Гаврилова, Ю. Г. Савинов, С. А. Хрусталева; УлГУ, Фак. математики, информ. и авиац. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 430 КБ). - Текст : электронный. <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/4559>

Согласовано:  
   
Должность сотрудника научной библиотеки \_\_\_\_\_ ФИО \_\_\_\_\_ подпись \_\_\_\_\_ дата \_\_\_\_\_

**б) Программное обеспечение:** МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

### в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. Электронно-библиотечные системы:
  - 1.1. IPRbooks [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / группа компаний Ай Пи Эр Медиа. – Электрон. дан. – Саратов, [2019]. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>.
  - 1.2. ЮРАЙТ [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>.
  - 1.3. Консультант студента [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО Политехресурс. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/pages/catalogue.html>.
  - 1.4. Лань [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО ЭБС Лань. – Электрон. дан. – С.-Петербург, [2019]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com>.
  - 1.5. Znanium.com [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система / ООО Знаниум. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <http://znanium.com>.
2. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: справочная правовая система / Компания «Консультант Плюс». – Электрон. дан. – Москва : КонсультантПлюс, [2019].
3. База данных периодических изданий [Электронный ресурс] : электронные журналы /

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ООО ИВИС. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>.

4. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]: электронная библиотека. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <https://нэб.рф>.

5. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс]: электронная библиотека / ФГБУ РГБ. – Электрон. дан. – Москва, [2019]. – Режим доступа: <https://dvs.rsl.ru>.

6. Федеральные информационно-образовательные порталы:

6.1. Информационная система [Единое окно доступа к образовательным ресурсам](http://window.edu.ru). Режим доступа: <http://window.edu.ru>.

6.2. Федеральный портал [Российское образование](http://www.edu.ru). Режим доступа: <http://www.edu.ru>.

7. Образовательные ресурсы УлГУ:

7.1. Электронная библиотека УлГУ. Режим доступа : <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>.

7.2. Образовательный портал УлГУ. Режим доступа : <http://edu.ulsu.ru>.

Согласовано:

зам. нач. УИТИГ | Ключкова ВЗ | [подпись] | \_\_\_\_\_  
Должность сотрудника УИТИГ      ФИО      подпись      дата

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:


Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащенности образовательного процесса, размещенными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

## 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

Разработчик

  
подпись

доцент

должность

Хрусталеv С.А.

ФИО